

### Краткая аннотация

Если все шагают в ногу  
Мост обрушивается.  
А. Галич

Цель курса — дать представление о теории общего равновесия.

Будет построен пример простейшей экономики, известной как экономика Робинзона Крузо, в которой при подходящем выборе цен производство, потребление и рынок труда оказываются сбалансированными — и достигается общее равновесие. С первого взгляда модель выглядит анекдотично: в этой экономике Робинзон в понедельник является потребителем, во вторник занимается предпринимательством, в среду работает, в четверг вновь вспоминает о потреблении, и т.д., причём никаких других потребителей, предпринимателей и работников в экономике не наблюдается. Осознав функционирование этой модели (и не сойдя с ума от представления столь разнообразной жизни Робинзона на необитаемом острове, рассказанной одним французом чуть по другому), можно задать вопрос о реалистичности сделанных предположений. Оказывается, что следуя классической истории, можно поселить в модельную экономику ещё одного индивида, назвав его, например, Пятницей, и, чудесным образом, общее равновесие по-прежнему окажется достижимым. Разумеется, курс сделает в этом месте прыжок в экономику, приближённую к реальности. Мы обсудим, как нужно идеализировать действительность, чтобы общее равновесие в ней достигалось.

Взбираясь на вершину этого курса, необходимо сначала изучить поведение потребителей и предпринимателей по отдельности. Выбор потребителя будет формализован в виде математической задачи оптимизации и решён в первой части курса. Во второй части курса обсуждается производство на основе максимизации прибыли. Осознав механизмы потребления и производства, мы изучим возможности влияния на рыночных агентов путём введения налогов или субсидий.

В результате слушатели смогут убедиться, что простые и изящные модели вскрывают существенные особенности реального поведения рыночных агентов. Эти модели позволяют оценивать решения субъектов экономики и должны входить в “джентельменский набор” лиц, принимающих экономические решения.

### Наиболее важные приёмы и технические результаты, которыми слушатели курса должны владеть на момент начала его освоения

При изложении курса используется стандартный математический аппарат. Поэтому предполагается как знакомство слушателей с базовыми понятиями экономики (в первую очередь здесь требуется здравый смысл), так и владение аппаратом математического анализа в части построения графиков функций, дифференциального исчисления функции одной и нескольких переменных и вычисление условного экстремума.

### Календарный план занятий

**Теория потребления. (16 часов)** Предпочтения и полезность. Оптимальный выбор товаров как максимизация полезности при заданных бюджетных ограничениях. Свойства Вальрасианского спроса: однородность степени 0, согласие с законом Вальраса, вогнутость. Предельная норма замещения. Множитель Лагранжа как предельное изменение полезности, вытекающее из предельного изменения дохода. Пример: функция спроса, соответствующая полезности, которая задана функцией Кобба–Дугласа. Косвенная полезность (indirect utility): однородность степени 0, возрастание по доходу, невозрастание по ценам, квазивогнутость и непрерывность. Двойственная

задача: минимизация расходов. Оптимальные расходы: однородность степени 0 по ценам, возрастание по предпочтениям, неубывание по ценам, вогнутость по ценам, непрерывность по ценам и предпочтениям. Связь между спросом Вальраса и Хикса. Пример в случае полезности, заданной функцией Кобба–Дугласа. Взаимосвязь между спросом, косвенной полезностью и функцией расходов. Уравнение Слуцкого. Агрегирование и существование репрезентативного потребителя.

**Производство в условиях совершенной конкуренции. (14 часов)** Производственная функция. Примеры. Функция Кобба–Дугласа. Предельный продукт. Технологическая норма замещения. Отдача от масштаба. Прибыль. Максимизация прибыли. Равенство стоимости предельного продукта и цены фактора. Изопрофитные линии. Минимизация издержек. Общая постановка. Пример: факторы производства полностью комплементарны (perfectly complements). Средние и предельные издержки. Взаимосвязь между издержками и выпуском при однопродуктовом производстве и технологиях, демонстрирующих различные свойства выпуклости. Агрегирование и предложение отрасли.

**Общее равновесие. (10 часов)** Чистый обмен. Ящик Эджуорта. Эффективность по Парето. Контрактная линия. Достижение равновесия за счёт изменения цен. Закон Вальраса: равенство нулю совокупного избыточного спроса. Относительные цены. Пример равновесия при полезности индивидов, описываемой функцией Кобба–Дугласа. Существование равновесия при непрерывности совокупного избыточного спроса. Первая теорема экономики благосостояния: эффективность равновесия. Случай монополиста: отсутствие эффективности для обычного монополиста, эффективность монополиста, осуществляющего ценовую дискриминацию. Вторая теорема экономики благосостояния.

*Производство. Экономика Робинзона Крузо.* Кривые безразличия между трудом и потреблением. Производственная функция с убывающей отдачей от масштаба. Выбор фирмой оптимального количества труда. Рынок потребления. Оптимальный выбор потребителя между трудом и потреблением. Равенство в производстве и в потреблении. Первая теорема экономики благосостояния: эффективность равновесия. Вторая теорема экономики благосостояния при выпуклости предпочтений потребителей и производственные множества фирм. Экономика с разными производственными возможностями и различными товарами. Предельная норма трансформации. Равновесие при фиксированных производственных возможностях как равновесие в ящике Эджуорта. Общее равновесие за счёт выбора оптимальных производственных возможностей: равенство предельных нормы трансформации и нормы замещения.

*Экономическая теория благосостояния.* Естественные предположения об агрегировании и теорема Эрроу о невозможности. Функция общественного благосостояния. Справедливое распределение как равноправное и эффективное по Парето. Существование справедливых распределений.

## ЗАДАЧИ

### Потребление.

1. Бюджетное ограничение потребителя на товары 1 и 2 записывается в виде

$$10x_1 + x_2 \leq 100.$$

Неожиданно регулятор ввёл 10%-ый налог на каждый единицу товара 1, начиная с одиннадцатой. Одновременно потребитель получил дополнительный доход в 20 единиц. Изобразите бюджетное множество потребителя до и после введения указанных мер.

2. Верно ли, что если предпочтения потребителя выпуклы, то они монотонны?

3. Верно ли, что если предпочтения потребителя монотонны, то они выпуклы?

4. Студент Бездельников решил потратить в ближайшем месяце  $I$  рублей на обеды, на которых он собирался откусать пироги с неркой, запивая их белым вином. Чтобы наилучшим образом распределить свои деньги между пирогами и вином, он, по совету студента Ботанова (который питался преимущественно варёной капустой), определил уровень своего удовольствия для каждой комбинации  $(x, y)$ , обозначающей количество заказанных пирогов и миллилитров вина. Этот

уровень удовольствия задан дифференцируемой функцией  $u(x, y)$ . Впоследствии Бездельников с интересом узнал, что функцию  $u$  экономисты называют функцией полезности. Цены на пироги и вино равны  $p_x$  и  $p_y$  (они не зависят от количества приобретённого товара). Укажите оптимальный набор пирогов и вина. Что нужно потребовать от функции  $u$ , чтобы задача имела единственное решение? Хорошо бы дать геометрическую интерпретацию ответа.

5. Дворник дядя Федя тратит свой доход на посещение театров и концертов. В следующем месяце он собирается пойти трижды в консерваторию и четырежды в театр. Цены на билеты в консерваторию постоянны, Цены на билеты в театр также постоянны, но в полтора раза дороже, чем билеты в консерваторию. Предпочтения дяди Федя относительно обоих видов досуга монотонны. Предельная норма замещения просмотров театральных представлений прослушиванием концертов в данной точке равна 2. Объясните, что изменение плана посещений театра и консерватории может увеличить полезность дяди Федя.

6. Предпочтения потребителя заданы функцией полезности  $u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$ . Цены товаров равны  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 1$ . Определите выбор потребителя, который готов тратить на эти товары 100 рублей.

7. Предпочтения потребителя заданы функцией полезности  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ . Цены товаров равны  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 1$ . Определите выбор потребителя, который готов тратить на эти товары 100 рублей.

8. *Сказка.* Царь заморской страны, с огорчением узнав, что гражданин Билли потребляет слишком много виски, решил, заботясь исключительно о его здоровье, заставить Билли уменьшить потребление вредного продукта. (Заботясь о собственном здоровье и, главное, продолжительности правления, Царь мог бы стремиться *увеличить* потребление алкоголя своими подданными, но это предмет другой задачи). Царю принесли результаты научного исследования, которое свидетельствовало, что предпочтения Билли описываются функцией

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\gamma_1} x_2^{\gamma_2},$$

где  $x_1$  — количество выпитого виски,  $x_2$  — количество всех остальных продуктов,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — это числа, лежащие между нулём и единицей. Для простоты можно считать, что Билли потребляет только два товара: виски — это товар 1, и всё остальное — это товар 2. На потребление у Билли есть  $I$  рублей. Он видит цены  $p_1$  и  $p_2$  на товары 1 и 2 и максимизирует

$$U(x_1, x_2) \rightarrow \max$$

при бюджетном ограничении

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I.$$

(а) Найдите оптимальные  $x_1^*$  и  $x_2^*$  и соответствующее им значение функции полезности  $U_a = U(x_1^*, x_2^*)$ . Именно это оптимальное значение  $x_1^*$  требуется понизить до некоторого  $\tilde{x}_1 < x_1^*$ , которое рекомендовано организацией Медвежье Здоровье. Друг Царя, стремясь к простейшему решению неожиданной проблемы, предложил просто не продавать Билли виски более, чем  $\tilde{x}_1$ . Определите, какое количество товара 2 будет потреблять Билли в этом случае, и какой уровень полезности  $U_b$  будет достигнут. (б) Однако один из Советников государства, в прошлом прославленный военный, отметил, что Билли может затаить злобу на Царя, считая подобное отношение к себе негуманным, в результате чего не проголосовать за Царя на очередных выборах. Поэтому Советник предложил установить дополнительный акциз на виски, в результате которого цена на виски поднимется до некоторого  $\tilde{p}_1$ , и Билли уменьшит потребление виски. (с) Найдите такое  $\tilde{p}_1$ , при котором оптимальное потребление виски Билли составит в точности  $\tilde{x}_1$ . Какой будет полезность  $U_c$  в этом случае? Но тут в столицу вернулся Начальник Тайной полиции. (Последнюю неделю он разбирал жалобу аборигенов на строительство Дворца. По мнению жалобщиков земля под строительство была продана за 10% от её рыночной цены, и служащие Тайной полиции не подпускают аборигенов к морю в окрестностях строительства. Жалоба была разобрана и жалобщики, разумеется, наказаны). Начальник предложил не заниматься ерундой, то есть акцизами,

но ввести налог на воздух, в результате которого доход  $I$  гражданина Билли уменьшится до  $\tilde{I}$ . Найдите такое  $\tilde{I}$ , при котором оптимальное потребление виски станет равным  $\tilde{x}_1$ . (д) Сравните экономический эффект трёх предложенных методов, упорядочив их в соответствии с полезностью Билли в точке оптимального потребления в каждом из случаев.

9. Предпочтения потребителя заданы функцией  $u(x_1, x_2) = x_1$ . Верно ли, что эти же предпочтения можно задать функцией полезности  $\tilde{u} = 2x_1 - 3$ .14? Изобразите кривые безразличия функции полезности  $u$ . Найдите для этой полезности функции спроса.

10. Предпочтения потребителя заданы функцией  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ . Верно ли, что эти же предпочтения можно задать функцией полезности  $\tilde{u}(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$ ? Изобразите кривые безразличия функции полезности  $u$ . Найдите для этой полезности функции спроса.

11. Предпочтения потребителя относительно товаров  $1, 2, \dots, n$  заданы функцией полезности

$$u(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1^{\gamma_1} x_2^{\gamma_2} \dots x_n^{\gamma_n},$$

где  $\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_n = 1$ . Цена товара  $j$  равна  $p_j$ . Найдите спрос потребителя с доходом  $I$  на товар  $j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Покажите, что доля средств, которую тратит потребитель на товар  $j$  не зависит от цены  $p_j$ .

12. Предпочтения потребителя заданы функцией полезности

$$u(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2 + 1,$$

где  $x_1$  и  $x_2$  — это потребляемое количество первого и второго товаров. Потратив свой доход (полностью), потребитель может купить, например, Потребитель может израсходовать свой доход, например, на  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = 2$  товара или на  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 5$  товаров. Найдите оптимальный выбор потребителя. Внезапно второй товар подешевел в два раза. Найдите новый выбор потребителя. Найдите функции спроса на каждый из товаров.

13. Предпочтения потребителя заданы функцией  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ . Опишите оптимальный выбор потребителя с доходом  $I$ . Что произойдёт с оптимальным выбором при изменении  $I$ ? При изменении цены на первый товар? Что произойдёт со спросом на первый товар при увеличении цены на второй товар?

14. Предпочтения потребителя заданы функцией  $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ . Опишите оптимальный выбор потребителя с доходом  $I$ . Что произойдёт с оптимальным выбором при изменении  $I$ ? При изменении цены на первый товар? Что произойдёт со спросом на первый товар при увеличении цены на второй товар?

### Производство.

15. Функция издержек фирмы определяется выражением  $c(y) = 5y^2 + 40$ . Запишите кривую предложения фирмы.

16. При каком выпуске минимизируются средние издержки?

17. Однопродуктовые технологии заданы функцией

$$(a) f(z) = z_1 + z_2; \quad (b) f(z) = \min\{z_1, z_2\}; \quad (c) f(z) = (z_1^p + z_2^p)^{1/p}, \quad p \leq 1.$$

Найдите прибыль  $\pi(p)$  и предложение  $y(p)$  как функции цен  $p$ .

18. Однопродуктовые технологии заданы функцией

$$(a) f(z) = z_1 + z_2; \quad (b) f(z) = \min\{z_1, z_2\}; \quad (c) f(z) = (z_1^p + z_2^p)^{1/p}, \quad p \leq 1.$$

Найдите прибыль  $\pi(p)$  и предложение  $y(p)$  как функции цен  $p$ . Найдите издержки  $c(w, q)$  и условный спрос на фактор  $z(w, q)$  как функции выпуска  $q$  и цен  $w_1, w_2$  на ресурсы  $z_1$  и  $z_2$ .

19. Отрасль представлена двумя фирмами. Их предложения,  $S_1(p)$  и  $S_2(p)$  как функции цен  $p$ , равны  $S_1(p) = p - 20$ ,  $S_2(p) = p - 30$ . При какой цене кривая отрасли будет иметь излом?

20. Как влияет эффект масштаба на издержки фирмы?

21. Что из перечисленного ниже НЕ вызовет сдвиг кривой предложения на товар вправо (при прочих равных условиях):

- (а) увеличение спроса на товары, производство которых требует тех же мощностей;
- (б) увеличение спроса на сопутствующие товары, т.е. выпускаемые совместно с данным товаром;
- (в) уменьшение акциза на производителей данного товара;
- (г) снижение административных ограничений в производстве данного товара (требований сертификации, стандартизации и пр.)?

22. Фирма-ценополучатель ежедневно реализует 200 ед. продукции, получая прибыль в 6000 руб. Переменные затраты в расчете на единицу продукции составляют 40 руб. Постоянные издержки в расчете на весь выпуск составляют 8000 руб. Прирост валовых затрат, связанный с выпуском последней (200-й) единицы продукции, равен 120 руб. и при выпуске последующих единиц продукции увеличивается. Если фирма стремится к максимуму прибыли, то что из нижеперечисленного ей следует предпринять: (а) увеличить цену продаваемых товаров; (б) прекратить производство с целью минимизации убытков; (в) увеличить объем производства товара; (г) сократить объем производства товара?

23. Как связаны между собой выбор производственных ресурсов в задачах максимизации прибыли и минимизации издержек? Почему?

24. Фирма производит продукт на заводе А по технологии  $f_A(z_1, z_2) = \sqrt{z_1 z_2}$  и на заводе В по технологии  $f_B(z_1, z_2) = \sqrt{z_1} + \sqrt{z_2}$ , где  $z_1$  и  $z_2$  — это используемые факторы производства. Цены за единицы факторов  $z_1$  и  $z_2$  равны 2 и 4. По условию контракта, в долгосрочном периоде фирма выпускает по 40 единиц продукции на каждом из заводов. Каковы издержки фирмы? Если бы условия контракта не требовали бы от фирмы выпускать продукцию поровну на этих заводах, как бы фирма перераспределила выпуск?

25. (а) Объясните, почему в конкурентной отрасли прибыль фирмы равна нулю. (б) Выпуск лицензии на право выполнять пассажирские перевозки (то есть подготовка бумаги с печатью) имеет себестоимость, близкую к нулю. Тем не менее купить лицензию можно за достаточно большие деньги. Чем вы могли бы объяснить эту разницу?

### Общее равновесие.

26. Потребители имеют функции полезности

$$u_1 = x_{11} + \sqrt{x_{12}}, \quad u_2 = x_{22}$$

Является ли нижний угол ящика Эдворта эффективным по Парето? Может ли он быть реализован при каких-нибудь ценах? Есть ли здесь противоречие со второй теоремой экономики благосостояния?

27. Приведите пример экономики обмена с двумя потребителями и двумя благами, для которой первая теорема экономики благосостояния не применима и утверждение второй теоремы благосостояния остаётся верным.

28. Приведите пример экономики обмена с двумя потребителями и двумя благами, для которой первая теорема экономики благосостояния не применима и утверждение второй теоремы благосостояния неверно.

29. Докажите теоремы экономики благосостояния в модели обмена в условиях строгой монотонности, строгой выпуклости предпочтений и положительности совокупных начальных запасов.

30. Допустимые потребительские наборы задаются неравенствами  $x_1 \geq 0$ ,  $x_2 \geq 0$ . Какие из следующих функций полезностей, удовлетворяют условиям первой и второй теоремы экономики

благосостояния:

- (a)  $u(x_1, x_2) = x_1$ ; (b)  $u(x_1, x_2) = -x_1$ ; (c)  $u(x_1, x_2) = 1$ ;  
(d)  $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ ; (e)  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ ; (g)  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ ;  
(h)  $u(x_1, x_2) = x_1x_2$ ; (i)  $u(x_1, x_2) = x_1 - 3x_2$ ; (j)  $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$ ?

**31.** В экономике обмена потребители имеют функции полезности

$$u_1(x_{11}, x_{12}) = x_{11}^2 + x_{12}^2, \quad u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21}^2 + x_{22}^2,$$

Найдите точки, эффективные по Парето. Какие из этих точек реализуются подбором цен? Считайте, что начальные запасы двух благ различаются.

**32.** Достижимое распределение благ  $x$  называется *слабо* оптимальным по Паретто, если не существует такого распределения благ  $y$ , что  $y_i \succ_i x_i$  для  $i = 1, 2$ . Покажите, что при строго монотонных непрерывных предпочтениях слабая оптимальность по Парето совпадает с сильной.

**33.** В экономике Робинзона Крузо найдите равновесные цены, прибыль, и потребление при функции полезности  $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$  и  $f(z) = z^{1/4}$ .

### Отчётность по курсу

В конце второй недели слушатели пишут контрольную работу. По окончании курса слушатели сдают экзамен. Финальная оценка ( $G$ ) вычисляется по следующей формуле

$$G = 0.2Q + 0.8E,$$

где  $Q$  и  $E$  — это оценки за контрольную работу и экзамен соответственно.

### Рекомендуемая литература

Вэриан Х.Р. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. Москва: Юнити, 1997.

Балакина Т., Левина Е., Покатович Е., Попова Е. Микроэкономика: промежуточный уровень. Сборник задач с решениями и ответами. М.: НИУ ВШЭ, 2013.